

3. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // ExponentaPro. Математика в приложениях. 2003. № 4(4). С. 70–75.
4. Raghavan R. Probabilistic Construction of Deterministic Algorithms: Approximating Packing Integer Programs // J. Computer and System Sciences. 1988. V. 37. P. 130–143.
5. Костенко В.А., Смелянский Р.Л., Трекин А.Г. Синтез структур вычислительных систем реального времени с использованием генетических алгоритмов // Программирование. 2000. № 5. С. 63–72.

Математическое моделирование взаимодействия основного и дополнительного обучения учащихся средней школы

Д. Р. Гончар, С. Н. Мирошник,
Ю. С. Юрезанская
ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Успеваемость и здоровье учащихся в средней школе в значительной степени зависят от учета в технологии обучения состава и величины природных способностей учащихся [1, 2]. По далеким от науки основаниям с середины 1930-х годов в СССР (и по сию пору в России) такой учет при устройстве школы широко не применяется, что связано с довлеющими подходами и оценками акад. Т.Д. Лысенко и Л.С. Выготского, поддержанными руководством ВКП(б) [1, 2]. Отчасти оправданный (терпимый) в чрезвычайной обстановке предвоенного времени, нехватке умелых учителей и небольшой продолжительности обязательного обучения в школе (3-5 классов в 30-40-е годы), этот подход ныне приводит ко все более печальным последствиям не только в успеваемости, но и в моральном, умственном и физическом здоровье учащихся [1-3], оказывает соответствующее отрицательное влияние на производительность труда и здоровье населения.

К сожалению, по сию пору в России внимание исследователей больше занимают некоторые частные вопросы реструктуризации ВУЗовского обучения (например, среди современных диссертационных работ, учитывающих здоровье и способности учащихся и использующих методы математического моделирования для описания процесса обучения в высшей школе, можно выделить [4, 5]. В [6] представлена разработка индивидуального плана студента на основе теории активных систем.). В единственной известной авторам работе указанного направления по средней школе [7] учитывается способность учащихся к логическим выводам и рассуждениям на уроках математики при получении количественной оценки знаний учащихся. В то же время математического моделирования последствий учета (либо неучета) существенного разнообразия природных способностей учащихся при выработке стратегий обучения в обязательной средней школе не ведется. Авторы предлагают одну из таких моделей и итоги расчетов по ней.

В данной работе усложняется модель нулевого уровня [8] посредством привлечения экспериментальных данных из работы [4] и посредством введения разных планок требования основной и дополнительной школы.

Список литературы

1. Кумарин В.В. Педагогика стандартности или почему детям плохо в школе. – М., 1996 г. – 64 с.
2. Кумарин В.В. Педагогика природосообразности и реформа школы. – М.: Народное образование, 2004. – 376 с.
3. Журавлева И.В. Здоровье подростков: социологический анализ. – М.: Институт социологии РАН, 2002. – 240 с.
4. Назойкин Е.А. Мультиагентное имитационное моделирование учебного процесса накопления знаний. Автореф. дисс. канд. техн. наук. – Москва, 2011. – 23 с.
5. Сыготи́на М.В. Моделирование процесса обучения в высшем учебном заведении. Автореф. дисс. канд. техн. наук по спец. 05.13.18. – Братск, 2005. – 20 с.
6. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Модели и механизмы теории активных систем в управлении качеством подготовки специалистов. – М.: ИЦ, 1998. 158 с.
7. Грабь М.И. Об одном алгоритме количественной оценки знаний учащихся. // Советская педагогика. – 1981. – № 5. – С. 64-72.

8. Гончар Д.Р., Юрезанская Ю.С. Математическое моделирование разнообразия природных способностей учащихся при сравнении двух стратегий обучения в школе. // Системы управления и информационные технологии, 2014, № 1.1(55). С. 121-125.

Метод решения динамической задачи оптимизации состава включенного генерирующего оборудования

М.Р. Давидсон, А.В. Селезнев
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Рассматривается задача выбора состава включенного генерирующего оборудования, возникающая при оперативном планировании режимов работы энергосистемы. В Российской Федерации в условиях конкурентного рынка электроэнергии выбор состава оборудования осуществляется в ежесуточном режиме на базе ценовых заявок поставщиков электроэнергии. Помимо требований к качеству и надежности электроснабжения, накладывающих ограничения на баланс мощности, величину резервов и перетоков мощности между различными частями энергосистемы, при управлении режимами работы электростанций также требуется учитывать ряд сложных технологических ограничений генерирующего оборудования, таких как графики набора нагрузки после включения в сеть или совместные режимы работы генераторов в составе парогазовой установки [1].

Сформулируем задачу выбора состава включенного генерирующего оборудования как задачу минимизации стоимости (*Cost*) работы, пусков и остановов генераторов

$$(1) \sum_{t=1}^T \sum_{i \in B} \left[\text{Cost}(s_{it}, p_{it}^g) + \hat{C}_{it}^u (s_{it} - s_{(t-1)i})^+ + \hat{C}_{it}^d (s_{(t-1)i} - s_{it})^+ \right] \rightarrow \min_{s, p^g},$$

при наличии общесистемных ограничений баланса генерации и потребления с учетом потерь в сети (функция *Loss*)

$$(2) \sum_{i \in B} p_{it}^g = \hat{P}_t^c + \text{Loss}_t(p_t^g), \quad t = \overline{1, T}, \quad p_t^g = (p_{t1}^g, p_{t2}^g, \dots, p_{ti}^g, \dots),$$

и ограничений на максимальные потоки мощности (функция *Flow*) по группам линий электропередач

$$(3) \quad \text{Flow}_{tk}(p_t^g) \leq \hat{F}_{tk}^{\max}, \quad t = \overline{1, T}, \quad k = \overline{1, N_t^{\text{sec}}}.$$

Оптимизация в (1) – (3) производится по булевым переменным состояния генераторов $s_{it} \in \{0, 1\}$ и переменным производства мощности генераторами p_{it}^g .

Технологические ограничения электростанций в общем виде можно представить как нелинейные ограничения для переменных состояния отдельных генераторов в составе групп генерирующего оборудования:

$$(4) \quad F_r(s^E, p^E) \leq 0, \quad r = \overline{1, N^{\text{exp}}},$$

где $s^E = (s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_n})$, $p^E = (p_{i_1}^g, p_{i_2}^g, \dots, p_{i_n}^g)$, $i_k \in E$ – состояние генерирующего оборудования электростанции E на интервале планирования режима $t = \overline{1, T}$. Данные ограничения формируют связь переменных состояния в различные часы t , не позволяя рассматривать задачу оптимизации состава оборудования для каждого часа в отдельности.

Современные успехи в решении частично целочисленных задач линейного программирования большой размерности [2,3] дают возможность применить методы решения таких задач для задачи оптимизации (1) – (4). Использование булевых переменных позволяет сформулировать ограничения (4) в виде системы линейных неравенств и рассматривать исходную задачу оптимизации как задачу частично целочисленного линейного программирования [4]. Нелинейные ограничения (2) – (3) при этом можно заменить линейными аналогами в окрестности некоторого допустимого электрического режима.

Полученная частично целочисленная задача линейного программирования имеет большую размерность и решается приближенно с использованием эвристических методов и метода ветвей и границ [2,3]. Для российской энергосистемы размерность полученной в результате целочисленной задачи составляет около 770 000 переменных (из них 53 000 булевых), 1 000 000 неравенств, 7 000 000 ненулевых коэффициентов в матрице задачи. С использованием специализированного программного обеспечения для решения частично целочисленных задач линейного программирования (такого как IBM ILOG CPLEX, FICO Xpress или Gurobi) данная задача может быть решена за регламентное время с приемлемой точностью ($MIPGap \leq 0.5\%$).

На практике неоптимальное решение задачи (1) – (4) может приводить к нерациональным результатам как для индивидуальных участников рынка, так и для рынка в целом. Для выявления и устранения подобных результатов разработаны алгоритмы апостериорного ценообразования [5] и дополнительной оптимизации результатов отдельных электростанций.

Список литературы

1. Селезнев А.В. Динамическая задача выбора состава оборудования при управлении энергосистемой в условиях конкурентного рынка электроэнергии // Изв. РАН. ТИСУ. 2015. №4. С.45-67.
2. Bixby R.E., Fenelon M., Gu Z., Rothberg E., Wunderling R. MIP: Theory and Practice – Closing the Gap. <http://miplib.zib.de/paper/bixbyfenelongurothbergwunderling2000.pdf>.
3. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, CPLEX User's Manual, Version 12 Release 4. P. 207-258.
<http://pic.dhe.ibm.com/infocenter/cosinfoc/v12r4/topic/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf>.
4. Streiffert D., Philbrick R., Ott A. A Mixed Integer Programming Solution for Market Clearing and Reliability Analysis // Power Engineering Society General Meeting. 2005. V.3. P.2724-2731.
5. Давидсон М.Р., Селезнев А.В. Математическая модель расчета ценовых индикаторов в задаче выбора состава генерирующего оборудования в условиях конкурентного рынка электроэнергии в России // Изв. РАН. ТИСУ. 2014. №3. С.61-70.

Регуляризация метода Ньютона для решения системы уравнений установившегося режима

М.Р. Давидсон, А.В. Селезнев
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

В настоящей работе рассматривается адаптивная схема регуляризации метода Ньютона-Рафсона для решения системы уравнений установившегося режима (УУР) электрической системы, имеющая большое практическое значение для анализа процессов и состояния таких систем [1].

Ключевым неизвестным параметром являются комплексы напряжений в узлах сети, отвечающие заданным значениям узловых мощностей. Система УУР является нелинейной. Не для всякого вектора узловых мощностей (нагрузок) система УУР имеет решение. На практике это значит, что система не может работать при таких нагрузках и большой практический интерес представляет поиск вектора узловых мощностей, ближайшего в некотором смысле к заданному, при котором решение существует.

Основой современных методов решения системы УУР является метод Ньютона. Если решения не существует, метод Ньютона теряет сходимость. Однако, отсутствие четкого критерия существования решения не позволяет утверждать, что если метод Ньютона расходится, то это необходимо означает отсутствие решения [2].

В такой ситуации зачастую задачу решения системы УУР заменяют задачей поиска минимума функции невязки данной системы уравнений. Но и в этом случае сходимость может быть затруднена, во-первых, в силу невыпуклости целевой функции, а во-вторых, по причине вырождения якобиана системы УУР на границе области существования решения и вычислительной неустойчивости [2].

В данной работе рассматривается задача минимизации функции невязки системы УУР и схема регуляризации, в результате применения которой предельные точки итерационной последовательности являются стационарными точками функции невязки.

Обозначим

$$f_k(x) - s_k = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad x \in R^n$$

$$F(x) = \sum_k (f_k(x) - s_k)^2$$

систему УУР, где s_k - значения узловых мощностей, x - вектор узловых напряжений, и функцию невязки данной системы. Рассмотрим алгоритм минимизации функции невязки в следующем общем виде

$$x^{t+1} = x^t + \alpha_t d^t, \quad d^t = -Q_t \nabla F(x^t), \quad t = 1, 2, \dots,$$

где Q_t симметрична, шаг α_t выбирается по правилу Армихо.

Известно (см. например [3]), что при условиях положительной определенности и ограниченности нормы матрицы Q_t любая предельная точка любой траектории, построенной в соответствии с указанным алгоритмом, является стационарной точкой в задаче минимизации $F(x)$ и в силу ограниченности снизу $F(x)$, $\nabla F(x^t) \rightarrow 0$.

Для построения последовательности матриц Q_t воспользуемся процедурой LDL разложения гессиана $\nabla^2 F(x^t)$. Для симметричной матрицы $\nabla^2 F(x^t)$ существуют матрицы L_t, D_t, P_t [4], такие что

$$\nabla^2 F(x^t) = P_t^T L_t^T D_t L_t P_t,$$

где P_t - матрица перестановок, L_t - нижняя треугольная матрица с единичной диагональю, D_t - блочно-диагональная матрица с блоками либо размерности 1, либо 2. Как известно при таком преобразовании сохраняются отрицательный и положительный индексы квадратичной формы.

Для каждого блока матрицы D_t введем следующее преобразование: если минимальное собственное число матрицы в диагональном блоке размера 1 или 2 меньше ε , то прибавляем к такой матрице матрицу γE соответствующего размера (где E - единичная) с таким γ , что минимальное собственное число получаемой матрицы становится больше либо равно ε ; в противном случае изменений не производится.

В результате преобразованная матрица $\bar{D}_t$ становится положительно определенной с минимальным собственным числом ε . Очевидно, вычислительная сложность такой процедуры имеет порядок $O(n)$. Определим матрицу Q_t в описанном алгоритме:

$$Q_t = P_t^T L_t^T \bar{D}_t L_t P_t.$$

Алгоритм выбора ведущих элементов в [4] построен таким образом, чтобы обеспечить вычислительную устойчивость. На практике $\|L_t\|$ также оказывается ограниченной, тем самым, выполняются условия на матрицу Q_t , и будет иметь место результат о сходимости, приведенный выше.

Предварительные вычислительные эксперименты демонстрируют эффективность предложенной процедуры.

Список литературы

1. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., Неуймин В.Г., Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах, М.: «Флинта», «Наука», 2008.
2. Bienstock D., Progress on solving power flow problems // OPTIMA Mathematical Optimization Society Newsletter, 2013, December, p.1-7
3. А.Ф.Измаилов, М.В.Солодов Численные методы оптимизации: